4.3. Metoda suprotnih koeficijenata

Broj sati: 3

*Udžbenik: stranice 16. – 23.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

B.8.3. Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu.

B.8.4. Rješava i primjenjuje sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Metoda suprotnih koeficijenata**

**Aktivnost 1 – Ponovimo**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o rješavanju sustava metodom supstitucije (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Metoda suprotnih koeficijenata (zadatci u kojima imamo suprotne koeficijente uz jednu nepoznanicu)**

Učitelj ističe kako osim metode supstitucije postoje i druge metode za rješavanje sustava linearnih jednadžbi, a jedna od njih je **metoda suprotnih koeficijenata**.

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 8.* učitelj pokazuje kada se odlučujemo koristiti metodom suprotnih koeficijenata i kako sustav riješiti primjenom te metode.

Učenici rješavaju zadatak 14.a,c te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Metoda suprotnih koeficijenata (zadatci u kojima nemamo suprotne koeficijente ni uz jednu nepoznanicu)**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 9.* i *Primjeru 10.* ili putem prezentacije (e-sfera: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Metoda suprotnih koeficijenata -> e-Matematika -> Metoda suprotnih koeficijenata) učitelj pokazuje kako množenjem jedne ili obje jednadžbe dobiti suprotne koeficijente uz neku nepoznanicu te sustav riješiti primjenom metode suprotnih koeficijenata.

Koraci u rješavanju sustava metodom suprotnih koeficijenata:

1. Pomnožimo jednu ili obje jednadžbe odgovarajućim brojem da bismo dobili suprotne koeficijente uz jednu nepoznanicu (ako suprotnih koeficijenata nema u polaznom sustavu).
2. Zbrojimo jednadžbe i izračunamo vrijednost jedne nepoznanice.
3. Uvrstimo dobiveno rješenje u jednu od početnih jednadžbi i izračunamo vrijednost druge nepoznanice.

Učenici rješavaju zadatke 15.a,d,e i 16.a,c te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 3 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1– prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 28., 29.
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 17.a,b,e, 18.a,c, 19.a,d
* **Egzistencija rješenja sustava i svođenje sustava na standardni oblik**

**Aktivnost 1 – Ponovimo**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o rješavanju sustava metodom suprotnih koeficijenata (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Jednoznačno rješenje sustava, nemoguć sustav i neodređen sustav**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 11.* učitelj ili putem prezentacije (e-sfera: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Metoda suprotnih koeficijenata -> e-Matematika -> Vrsta rješenja sustava) komentira egzistenciju dobivenog rješenja sustava.

Kod sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice mogu nastupiti samo sljedeća tri slučaja:

a) sustav ima točno jedno rješenje i zovemo ga **JEDNOZNAČAN SUSTAV**

b) sustav ima beskonačno mnogo rješenja i zovemo ga **NEODREĐEN SUSTAV**

c) sustav nema niti jednog rješenja i zovemo ga **NEMOGUĆ SUSTAV**

**Aktivnost 3 – Svođenje sustava na standardni oblik**

Učitelj ističe kako metodom suprotnih koeficijenata i metodom supstitucije sustave možemo rješavati ako su zadani u standardnom obliku. Sustave koji nisu tako zadani treba najprije svesti na standardni oblik, a onda riješiti jednom od metoda.

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 12.* učitelj pokazuje proces svođenja sustava na standardni oblik nakon čega sustav rješavamo jednom od metoda.

Učenici rješavaju zadatke 20.a, 21.a,c, 23.d, 25.b te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 3 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1– prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 30.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 20.b, 21.d, 23.e, 24.a, 25.c

* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o egzistenciji rješenja sustava i svođenju sustava na standardni oblik (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić i/ili zadatke za vježbu 17.g, 19.f, 22.e, 23.c, 25.a, 26.b i 27.a te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Metoda suprotnih koeficijenata -> Matematika + -> provjera znanja Metoda suprotnih koeficijenata (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1,2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Metoda suprotnih koeficijenata -> Matematika + -> provjera znanja Metoda suprotnih koeficijenata (kratki kviz)
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci – nastavni listić
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 18.f, 20.d, 23.f, 26.c, 27.c
* e-sfera: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Metoda suprotnih koeficijenata -> Matematika + -> provjera znanja Metoda suprotnih koeficijenata (dugi kviz)

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

1. Zapišite prvi korak pri rješavanju sustava metodom suprotnih koeficijenata tj. pomnožimo jednu ili obje jednadžbe odgovarajućim brojem da biste dobili suprotne koeficijente uz jednu nepoznanicu.

a) 

b) 

c) 

2. Riješite sustav  metodom suprotnih koeficijenata.

♦ Pitanja:

1. Zapišite prvi korak pri rješavanju sustava metodom suprotnih koeficijenata tj. pomnožimo jednu ili obje jednadžbe odgovarajućim brojem da biste dobili suprotne koeficijente uz jednu nepoznanicu.

a) 

b) 

c) 

2. Riješite sustav  metodom suprotnih koeficijenata.

**Primjer 2: :** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

1. Koliko rješenja imaju sustavi?

a) 

b) 

c) 

2. Svedite sustav na standardni oblik.



♦ Pitanja:

1. Koliko rješenja imaju sustavi?

a) 

b) 

c) 

2. Svedite sustav na standardni oblik.



**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Temelj metode suprotnih koeficijenata je imati suprotne koeficijente uz nepoznanice *x* i *y* u istoj jednadžbi.
* Pri rješavanju sustava metodom suprotnih koeficijenata najpogodnije je 2. jednadžbu pomnožiti brojem – 4 .
* Pri rješavanju sustava  metodom suprotnih koeficijenata možemo odmah zbrojiti jednadžbe.

Zadatak:

Riješite sustav metodom suprotnih koeficijenata.



**Primjer 2:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljena pitanja na listić papira.

Svedite sustav na standardni oblik pa ga riješite metodom suprotnih koeficijenata.



**Nastavni listići**

Svedite sustav na standardni oblik i riješite ga metodom po izboru, a zatim obojite polje:

* žuto ako je sustav **neodređen**
* crveno ako je sustav **nemoguć**
* plavo ako sustav **jednoznačan**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Dopunski zadatci**

1. Postavite sustav jednadžbi i riješite ga metodom suprotnih koeficijenata.



+ + + + = 65

+ + = 40

2. Riješite sustav metodom suprotnih koeficijenata pa mu pridružite odgovarajuće rješenje.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
| (1,-2) | (-2,1) | (1,2) | (2,-1) |

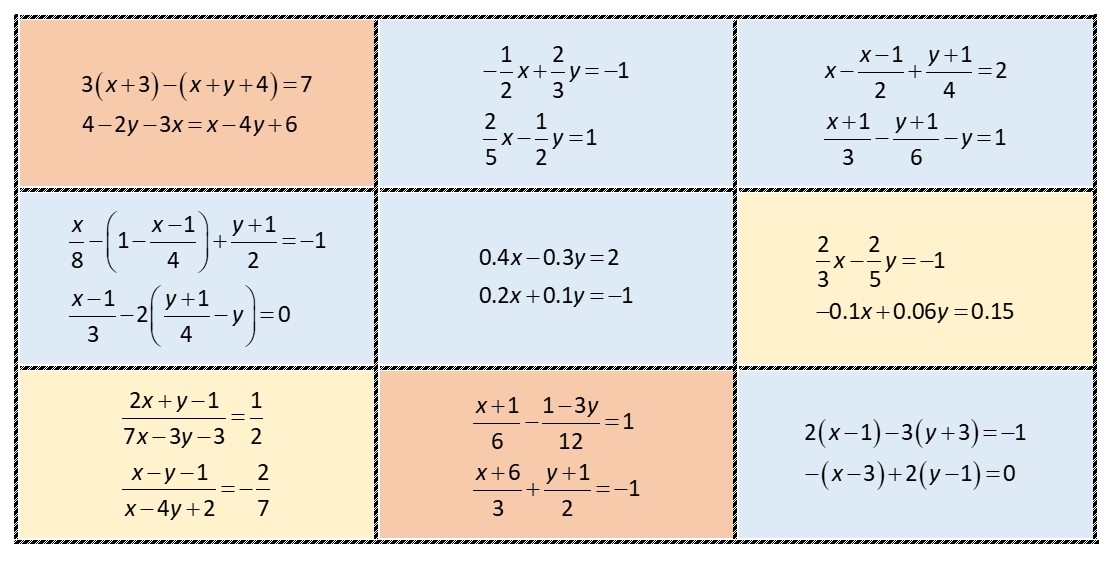
3. Svedite sustav na standardni oblik i riješite ga metodom po izboru.

a) 

b) 

c) 

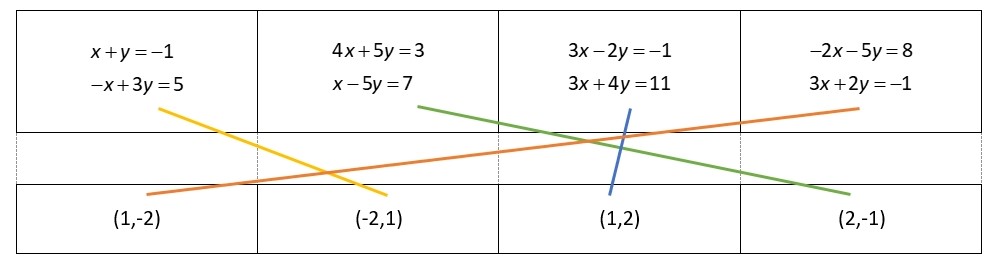
**Rješenja nastavnog listića**



**Rješenja dopunskih zadataka**

1. (10,15)

 =10, =15

2. 

3. a) (4,-1), b) (-1,0), c) (-2,8)